

## 12.1

Tapahtumat ”parillinen silmäluku” ja ”viitonen” ovat erillisiä, joten voidaan käyttää yhteenlaskusääntöä. Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{parillinen tai viitonen})$

$$P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B)$$

$$= P(\text{parillinen}) + P(\text{viitonen})$$

$$= \frac{3}{6} + \frac{1}{6}$$

$$\approx 0,667$$

**Vastaus**

0,667

## 12.2

Merkitään pusseista otettuja siemeniä  $S_1$  ja  $S_2$ .

Ensimmäisestä pussista otetuista siemenistä ( $S_1$ ) itää 90 %, joten 10 % ei idä.

$$P(S_1 \text{ itää}) = 0,9$$

$$P(S_1 \text{ ei idä}) = 0,1$$

Toisesta pussista otetuista siemenistä ( $S_2$ ) itää 80 %, joten 20 % ei idä.

$$P(S_2 \text{ itää}) = 0,8$$

$$P(S_2 \text{ ei idä}) = 0,2$$

Tapahtuma ”siemenistä itää tasan yksi” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ” $S_1$  itää ja  $S_2$  ei idä” tai ” $S_1$  ei idä ja  $S_2$  itää”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{siemenistä itää tasan yksi})$$

$$P(A \text{ tai } B) = P(A) + P(B)$$

$$= P(S_1 \text{ itää ja } S_2 \text{ ei idä}) + P(S_1 \text{ ei idä ja } S_2 \text{ itää})$$

$$P(A \text{ ja } B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$= P(S_1 \text{ itää}) \cdot P(S_2 \text{ ei idä}) + P(S_1 \text{ ei idä}) \cdot P(S_2 \text{ itää})$$

$$= 0,9 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,1$$

$$= 0,26$$

**Vastaus**

0,26

## 12.3

Voidaan ajatella, että mielipidettä kysytään kahdelta eri lukiolaiselta,  $H_1$  ja  $H_2$ .

Tapahtuma ”eri mielipide” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ” $H_1$  kannattaa ja  $H_2$  vastustaa” tai ” $H_1$  vastustaa ja  $H_2$  kannattaa”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{eri mielipide})$

$$= P(H_1 \text{ kannattaa ja } H_2 \text{ vastustaa}) + P(H_1 \text{ vastustaa ja } H_2 \text{ kannattaa})$$

$$= P(H_1 \text{ kannattaa}) \cdot P(H_2 \text{ vastustaa}) + P(H_1 \text{ vastustaa}) \cdot P(H_2 \text{ kannattaa})$$

$$= 0,62 \cdot 0,38 + 0,38 \cdot 0,62$$

$$\approx 0,47$$

**Vastaus**

0,47

## 12.4

Tapahtuma ”saadaan korkeintaan yksi kuutonen” muodostuu neljästä erillisestä tapahtumasta:

”ei saada yhtään kuutosta” = ”E E E”,

”saadaan kuutonen vain ensimmäisellä heitolla” = ”K E E”,

”saadaan kuutonen vain toisella heitolla” = ”E K E”,

”saadaan kuutonen vain kolmannella heitolla” = ”E E K”.

Nopanheitossa saadaan kuutonen todennäköisyydellä  $\frac{1}{6}$  ja jokin muu silmäluku kuin kuutonen todennäköisyydellä  $\frac{5}{6}$ .

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(\text{saadaan korkeintaan yksi kuutonen}) \\ &= P(\text{E E E tai K E E tai E K E tai E E K}) \\ &= P(\text{E E E}) + P(\text{K E E}) + P(\text{E K E}) + P(\text{E E K}) \\ &= \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \\ &\approx 0,926 \end{aligned}$$

**Vastaus**

0,926

## 12.5

Syntyvistä suomalaislapsista 51,1 % on poikia, joten 48,9 % on tyttöjä.

Nimetään perheen lapset L1 ja L2.

Tapahtuma ”lapset eri sukupuolta” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”L1 on poika ja L2 on tyttö” tai ”L1 on tyttö ja L2 on poika”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{lapset eri sukupuolta})$

$$= P(\text{L1 poika ja L2 tyttö}) + P(\text{L1 tyttö ja L2 poika})$$

$$= P(\text{L1 poika}) \cdot P(\text{L2 tyttö}) + P(\text{L1 tyttö}) \cdot P(\text{L2 poika})$$

$$= 0,511 \cdot 0,489 + 0,511 \cdot 0,489$$

$$\approx 0,500$$

**Vastaus**

0,500

## 12.6

Syntyvistä suomalaislapsista 51,1 % on poikia, joten 48,9 % on tyttöjä.

Nimetään perheen lapset L1, L2, L3 ja L4.

Tapahtuma ”kaikki neljä ovat samaa sukupuolta” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”kaikki ovat poikia” tai ”kaikki ovat tyttöjä”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(\text{lapset samaa sukupuolta}) \\ &= P(\text{kaikki poikia}) + P(\text{kaikki tyttöjä}) \\ &= P(L1 \text{ poika}) \cdot P(L2 \text{ poika}) \cdot P(L3 \text{ poika}) \cdot P(L4 \text{ poika}) \\ &\quad + P(L1 \text{ tyttö}) \cdot P(L2 \text{ tyttö}) \cdot P(L3 \text{ tyttö}) \cdot P(L4 \text{ tyttö}) \\ &= 0,511 \cdot 0,511 \cdot 0,511 \cdot 0,511 + 0,489 \cdot 0,489 \cdot 0,489 \cdot 0,489 \\ &= 0,511^4 + 0,489^4 \\ &\approx 0,125 \end{aligned}$$

**Vastaus**

0,125

## 12.7

Tapahtuma ”kaikissa nopissa sama silmäluku” muodostuu kuudesta erillisestä tapahtumasta: ”vain ykkösiä”, ”vain kakkosia”, ”vain kolmosia”, ”vain nelosia”, ”vain vitosia” tai ”vain kutosia”.

Tapahtuman ”viidellä heitolla saadaan vain ykkösiä” todennäköisyys on

$P(\text{vain } 1) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{6^5}$ . Sama todennäköisyys pätee kaikille silmäluvuille.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{kaikissa nopissa sama silmäluku})$

$= P(\text{vain } 1) + P(\text{vain } 2) + P(\text{vain } 3) + P(\text{vain } 4) + P(\text{vain } 5) + P(\text{vain } 6)$

$$= \frac{1}{6^5} + \frac{1}{6^5} + \frac{1}{6^5} + \frac{1}{6^5} + \frac{1}{6^5} + \frac{1}{6^5}$$

$$\approx 0,000772$$

**Vastaus**

0,000 772

## 12.8

Tapahtumat ovat erillisiä eli toisensa poissulkevia, jos toisen tapahtuessa toinen ei voi tapahtua.

- a) A: "Hannu myöhästyy koulusta"  
B: "Marja myöhästyy koulusta"

Hannun myöhästyessä myös Marja voi myöhästyä koulusta. Jos *A* tapahtuu, voi myös *B* tapahtua. Tapahtumat *A* ja *B* eivät ole erilliset.

- b) Noppaa heitetään kahdesti.  
A: "ensimmäisellä heitolla tulee 6"  
B: "toisella heitolla tulee 6"

Vaikka ensimmäisellä heitolla tulisi 6, voi myös toisella heitolla tulla 6. Jos *A* tapahtuu, voi myös *B* tapahtua. Tapahtumat *A* ja *B* eivät ole erilliset.

- c) Noppaa heitetään kahdesti.  
A: "ensimmäisellä heitolla tulee 6 ja toisella 5"  
B: "toisella heitolla tulee 6 ja toiselle heitolla tulee 6"

Toisella heitolla voi saada tismalleen yhden tuloksen. Jos *A* tapahtuu, ei *B* voi tapahtua. Tapahtumat *A* ja *B* ovat erilliset.

- d) Kolikkoa heitetään kolmesti.  
A: "tulee tasan yksi klaava"  
B: "tulee tasan kaksi klaavaa"

Klaavoja voi saada tasan yhden tai tasan kaksi. Jos *A* tapahtuu, ei *B* voi tapahtua. Tapahtumat *A* ja *B* ovat erilliset.



- e) Kolikkoa heitetään kolmesti.  
A: "tulee ainakin yksi klaava"  
B: "tulee ainakin kaksi klaavaa"

Jos klaavoja tulee kaksi tai kolme eli ainakin kaksi klaavaa, pätee myös, että tulee ainakin yksi klaava. Jos  $B$  tapahtuu, tapahtuu myös  $A$ . Tapahtumat  $A$  ja  $B$  eivät ole erilliset.

### **Vastaus**

- a) Voi tapahtua, eivät ole erilliset.
- b) Voi tapahtua, eivät ole erilliset.
- c) Ei voi tapahtua, ovat erilliset.
- d) Ei voi tapahtua, ovat erilliset.
- e) Voi tapahtua, eivät ole erilliset.

## 12.9

Matti ehtii keskimäärin joka kolmas aamu aiempaan bussiin.

$$P(\text{M 1. bussi}) = \frac{1}{3}$$

$$P(\text{M 2. bussi}) = \frac{2}{3}$$

Liisa ehtii keskimäärin joka neljäs aamu aiempaan bussiin.

$$P(\text{L 1. bussi}) = \frac{1}{4}$$

$$P(\text{L 2. bussi}) = \frac{3}{4}$$

Tapahtuma ”Matti ja Liisa matkustavat samalla bussilla” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”molemmat aiemmassa bussissa” tai ”molemmat myöhäisemmässä bussissa”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(\text{M ja L samassa bussissa}) \\ &= P(\text{M 1. bussi ja L 1. bussi}) + P(\text{M 2. bussi ja L 2. bussi}) \\ &= P(\text{M 1. bussi}) \cdot P(\text{L 1. bussi}) + P(\text{M 2. bussi}) \cdot P(\text{L 2. bussi}) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \\ &\approx 0,583 \end{aligned}$$

**Vastaus**  
0,583

## 12.10

a) Merkitään vikoja V1, V2 ja V3.

Ensimmäinen vika esiintyy 15 % tuotteista, joten 85 % tuotteista ei ole tätä vikaa.

$$P(V1) = 0,15$$

$$P(\text{ei V1}) = 0,85$$

Toinen vika esiintyy 12 % tuotteista, joten 88 % tuotteista ei ole tätä vikaa.

$$P(V2) = 0,12$$

$$P(\text{ei V2}) = 0,88$$

Kolmas vika esiintyy 8 % tuotteista, joten 92 % tuotteista ei ole tätä vikaa.

$$P(V3) = 0,08$$

$$P(\text{ei V3}) = 0,92$$

Tapahtuma ”tuotteessa korkeintaan yksi vika” muodostuu neljästä erillisestä tapahtumasta: ”ei vikoja”, ”ainoastaan V1”, ”ainoastaan V2” tai ”ainoastaan V3”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{korkeintaan yksi vika})$

$$\begin{aligned} &= P(\text{ei V1, ei V2, ei V3}) + P(\text{V1, ei V2, ei V3}) \\ &\quad + P(\text{ei V1, V2, ei V3}) + P(\text{ei V1, ei V2, V3}) \\ &= P(\text{ei V1} \cdot P(\text{ei V2}) \cdot P(\text{ei V3}) + P(\text{V1}) \cdot P(\text{ei V2}) \cdot P(\text{ei V3}) \\ &\quad + P(\text{ei V1}) \cdot P(\text{V2}) \cdot P(\text{ei V3}) + P(\text{ei V1}) \cdot P(\text{ei V2}) \cdot P(\text{V3}) \\ &= 0,85 \cdot 0,88 \cdot 0,92 + 0,15 \cdot 0,88 \cdot 0,92 + 0,85 \cdot 0,12 \cdot 0,92 + 0,85 \cdot 0,88 \cdot 0,08 \\ &\approx 0,96 \end{aligned}$$

- b)** Todennäköisyys, että tuote kelpaa myyntiin on 0,96 eli 96 % tuotteista kelpaa myyntiin.

$$0,96 \cdot 10\,000 = 9600$$

10 000 tuotteen erästä voidaan ennakoida 9600 kelpaavan myyntiin.

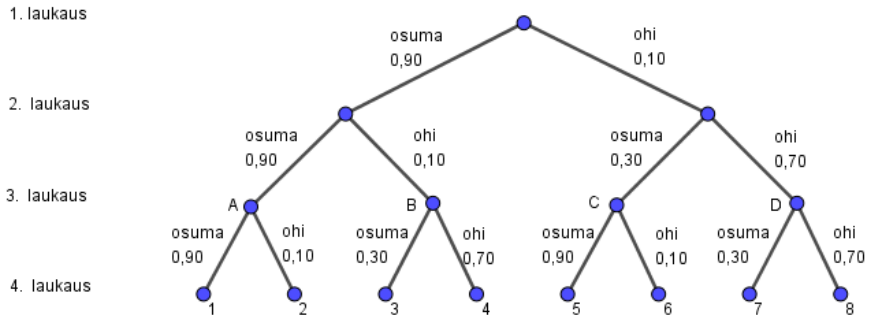
**Vastaus**

**a)** 0,96

**b)** 9600

## 12.11

Laaditaan tilanteesta puukaavio, kun ensimmäinen laukaus osuu.



Merkitään osumia O ja niitä laukauksia, jotka eivät osu tauluun, H.

- a) Tapahtuma ”kolmas laukaus osuu tauluun” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”2. laukaus osuu ja 3. osuu” tai ”2. laukaus ei osu ja 3. osuu”.

Koska ensimmäinen laukaus osuu tauluun, 2. laukaus osuu tauluun todennäköisyydellä 0,90 ja ei osu tauluun todennäköisyydellä 0,10.

Jos 2. laukaus osuu tauluun, 3. laukaus osuu tauluun todennäköisyydellä 0,90.

Jos 2. laukaus ei osu tauluun, 3. laukaus osuu tauluun todennäköisyydellä 0,30.

Lasketaan tapahtuman ”kolmas laukaus osuu tauluun” todennäköisyys.

$$P(\text{kolmas laukaus osuu tauluun})$$

$$= P(O \cap H) + P(H \cap O)$$

$$= P(O) \cdot P(H) + P(H) \cdot P(O)$$

$$= 0,90 \cdot 0,90 + 0,10 \cdot 0,30$$

$$= 0,84$$

**b)** Tiedetään, ensimmäinen laukaus osuu tauluun.

Tapahtuma ”neljäs laukaus ei osu tauluun” muodostuu neljästä erillisestä tapahtumasta: ”O O H”, ”O H H”, ”H O H” tai ”H H H”.

Lasketaan tapahtuman ”neljäs laukaus ei osu tauluun” todennäköisyys.

$P(\text{neljäs laukaus ei osu tauluun})$

$$= P(O O H) + P(O H H) + P(H O H) + P(H H H)$$

$$= 0,90 \cdot 0,90 \cdot 0,10 + 0,90 \cdot 0,10 \cdot 0,70 + 0,10 \cdot 0,30 \cdot 0,10 + 0,10 \cdot 0,70 \cdot 0,70$$

$$\approx 0,20$$

**Vastaus**

**a)** 0,84

**b)** 0,20

## 12.12

- a) Tapahtumat ”kortti on pata” ja ”kortti on arvoltaan korkeintaan kuutonen” eivät ole erillisiä.

Korttipakassa on 13 pataa ja näiden lisäksi kolme muuta maata, joista jokaisessa on 6 korttia, joiden arvo on korkeintaan kuutonen.

Tapahtuma ”kortti on pata tai arvoltaan korkeintaan kuutonen” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”kortti on pata” tai ”kortti muu kuin pata ja arvoltaan 1-6”.

$$\begin{aligned} &P(\text{pata tai arvoltaan korkeintaan } 6) \\ &= P(\text{pata}) + P(\text{muu kuin pata ja arvoltaan } 1-6) \\ &= \frac{13}{52} + \frac{18}{52} \\ &\approx 0,596 \end{aligned}$$

- b) Tapahtuma ”punainen, mutta ei kuvakortti” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”kortti on hertta 1-10” tai ”kortti on ruutu 1-10”.

$$\begin{aligned} &P(\text{punainen, mutta ei kuvakortti}) \\ &= P(\text{hertta } 1-10) + P(\text{ruutu } 1-10) \\ &= \frac{10}{52} + \frac{10}{52} \\ &\approx 0,385 \end{aligned}$$

### Vastaus

a) 0,596

b) 0,385

## 12.13

Merkitään monistuskoneita  $M1$  ja  $M2$ .

Ensimmäinen kone on rikki 25 % kouluajasta, joten se toimii 75 % todennäköisyydellä.

$$P(M1 \text{ rikki}) = 0,25$$

$$P(M1 \text{ toimii}) = 0,75$$

Toinen kone on rikki 15 % kouluajasta, joten se toimii 85 % todennäköisyydellä.

$$P(M2 \text{ rikki}) = 0,15$$

$$P(M2 \text{ toimii}) = 0,85$$

Tapahtuma ”vain yksi toimii” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ” $M1$  rikki ja  $M2$  toimii” tai ” $M1$  toimii ja  $M2$  rikki”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{vain yksi kone toimii})$$

$$= P(M1 \text{ rikki ja } M2 \text{ toimii}) + P(M1 \text{ toimii ja } M2 \text{ rikki})$$

$$= P(M1 \text{ rikki}) \cdot P(M2 \text{ toimii}) + P(M1 \text{ toimii}) \cdot P(M2 \text{ rikki})$$

$$= 0,25 \cdot 0,85 + 0,75 \cdot 0,15$$

$$\approx 0,33$$

**Vastaus**

0,33



## 12.14

Tapahtuman ”viidellä heitolla saadaan pelkkiä kruunia” todennäköisyys on  $P(\text{vain kruunia}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}^5$ . Sama todennäköisyys pätee myös klaavoille.

Lasketaan tapahtuman ”pelkkiä kruunia tai pelkkiä klaavoja” todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(\text{pelkkiä kruunia tai pelkkiä klaavoja}) \\ &= P(\text{pelkkiä kruunia}) + P(\text{pelkkiä klaavoja}) \\ &= \frac{1}{2}^5 + \frac{1}{2}^5 \\ &= 0,0625 \end{aligned}$$

**Vastaus**

0,0625

## 12.15

Tapahtuma ”täsmälleen yksi voitto” muodostuu neljästä erillisestä tapahtumasta:

”voitto vain ensimmäisellä arvalla” = ”V E E E”,

” voitto vain toisella arvalla” = ”E V E E”,

” voitto vain kolmannella arvalla” = ”E E V E”,

” voitto vain neljännellä arvalla” = ”E E E V”.

Todennäköisyys voittaa yksittäisellä arvalla on 25 %, joten todennäköisyys, ettei arvassa ole voittoa, on 75 %.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{tasan yksi voittoarpa})$

$$= P(V E E E \text{ tai } E V E E \text{ tai } E E V E \text{ tai } E E E V)$$

$$= P(V E E E) + P(E V E E) + P(E E V E) + P(E E E V)$$

$$= 0,25 \cdot 0,75 \cdot 0,75 \cdot 0,75 + 0,75 \cdot 0,25 \cdot 0,75 \cdot 0,75$$

$$+ 0,75 \cdot 0,75 \cdot 0,25 \cdot 0,75 + 0,75 \cdot 0,75 \cdot 0,75 \cdot 0,25$$

$$\approx 0,42$$

**Vastaus**

0,42

## 12.16

Juuso myöhästyy keskimäärin joka viides aamu.

$$P(\text{J myöhästyy}) = \frac{1}{5}$$

$$P(\text{J ajoissa}) = \frac{4}{5}$$

Kaisa myöhästyy keskimäärin joka seitsemäs aamu.

$$P(\text{K myöhästyy}) = \frac{1}{7}$$

$$P(\text{K ajoissa}) = \frac{6}{7}$$

Lasse myöhästyy keskimäärin joka kymmenes aamu.

$$P(\text{L myöhästyy}) = \frac{1}{10}$$

$$P(\text{L ajoissa}) = \frac{9}{10}$$

Tapahtuma ”ainakin kaksi on ajoissa” muodostuu neljästä erillisestä tapahtumasta: ”kaikki ajoissa”, ”vain J myöhästyy”, ”vain K myöhästyy” tai ”vain L myöhästyy”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{ainakin kaksi ajoissa})$

$= P(\text{kaikki ajoissa}) + P(\text{J myöh., K aj. ja L aj.})$

$+ P(\text{J aj., K myöh. ja L aj.}) + P(\text{J aj., K aj. ja L myöh.})$

$= P(\text{J aj.}) \cdot P(\text{K aj.}) \cdot P(\text{L aj.}) + P(\text{J myöh.}) \cdot P(\text{K aj.}) \cdot P(\text{L aj.})$

$+ P(\text{J aj.}) \cdot P(\text{K myöh.}) \cdot P(\text{L aj.}) + P(\text{J aj.}) \cdot P(\text{K aj.}) \cdot P(\text{L. myöh.})$

$= \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{10} + \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{10} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{9}{10} + \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{1}{10}$

$\approx 0,943$

**Vastaus**

0,943

## 12.17

Merkitään sadepäiviä  $S$  ja poutapäiviä  $P$ . Päivä on joko sadepäivä tai poutapäivä, eli tapahtumat ”on sadepäivä” ja ”on poutapäivä” ovat erillisiä.

- a) Tapahtuma ”juhannuspäivänä on poutaa” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ” $P$   $P$ ” tai ” $S$   $P$ ”.

Koska juhannuksen aatonaattona on poutapäivä, juhannusaattona on poutapäivä 70 % todennäköisyydellä. Juhannusaattona on sadepäivä 30 % todennäköisyydellä.

Juhannuksen päivät menevät järjestyksessä juhannuksen aatonaatto, juhannusaatto ja juhannuspäivä.

Jos juhannusaattona on poutaa, juhannuspäivänä on poutaa 70 % todennäköisyydellä.

Jos juhannusaattona sataa, juhannuspäivänä on poutaa 60 % todennäköisyydellä.

Lasketaan tapahtuman ”juhannuspäivänä on poutaa” todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(\text{juhannuspäivänä on poutaa}) \\ &= P(P\ P) + P(S\ P) \\ &= P(P) \cdot P(P) + P(S) \cdot P(P) \\ &= 0,70 \cdot 0,70 + 0,30 \cdot 0,60 \\ &= 0,67 \end{aligned}$$

- b) Koska juhannuksen aattonaaton on sadepäivä, juhannusaattona on sadepäivä 40 % todennäköisyydellä. Juhannusaattona on poutapäivä 60 % todennäköisyydellä.

Jos juhannusaattona on poutaa, juhannuspäivänä on poutaa 70 % todennäköisyydellä.

Jos juhannusaattona sataa, juhannuspäivänä on poutaa 60 % todennäköisyydellä.

Lasketaan tapahtuman ”juhannuspäivänä on poutaa” todennäköisyys.

$$\begin{aligned} &P(\text{juhannuspäivänä on poutaa}) \\ &= P(P|P) + P(S|P) \\ &= P(P) \cdot P(P) + P(S) \cdot P(P) \\ &= 0,60 \cdot 0,70 + 0,40 \cdot 0,60 \\ &= 0,66 \end{aligned}$$

### Vastaus

a) 0,67

b) 0,20

## 12.18

Merkitään värivikaa  $V$  ja muotovikaa  $M$ .

Värivika esiintyy 12 % tuotteista, joten 88 % tuotteista ei ole värivikaa.

$$P(V) = 0,12$$

$$P(\text{ei } V) = 0,88$$

Muotovika esiintyy 7 % tuotteista, joten 93 % tuotteista ei ole muotovikaa.

$$P(M) = 0,07$$

$$P(\text{ei } M) = 0,93$$

Lasketaan tapahtuman ”tuote on virheetön” todennäköisyys.

$$P(\text{tuote on virheetön})$$

$$= P(\text{ei } V \text{ ja ei } M)$$

$$= 0,88 \cdot 0,93$$

$$\approx 0,82$$

Tuotteista virheettömiä on siis 82 %.

Tapahtuma ”tuote on B-laatuinen” eli ”tuotteessa on tasan yksi vika” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ” $V$  ja ei  $M$ ” tai ”ei  $V$  ja  $M$ ”.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$$P(\text{tuote on B-laatuinen})$$

$$= P(V \text{ ja ei } M) + P(\text{ei } V \text{ ja } M)$$

$$= P(V) \cdot P(\text{ei } M) + P(\text{ei } V) \cdot P(M)$$

$$= 0,12 \cdot 0,93 + 0,88 \cdot 0,07$$

$$\approx 0,17$$

Tuotteista B-laatuksia on siis 17 %.

Lasketaan tapahtuman ”tuote särjetään” eli ”tuotteessa on molemmat viat” todennäköisyys.

$$P(\text{tuote särjetään})$$
$$= P(V \text{ ja } M)$$
$$= 0,12 \cdot 0,07$$
$$\approx 0,008$$

Tuotteista särjetään 0,8 %.

### **Vastaus**

virheettömiä 81 %, B-laatuksia 17 %, särjettäviä 0,8 %



## 12.19

Tapahtuma ”punainen pallo” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”rasia A ja punainen” tai ”rasia B ja punainen”.

Tietyn rasian valitsemisen todennäköisyys on  $\frac{1}{3}$ . Yhdessä rasiassa on 8 palloa. Rasiassa A on viisi punaista ja rasiassa B kuusi punaista palloa.

Lasketaan tapahtuman todennäköisyys.

$P(\text{punainen pallo})$

$$= P(\text{rasia A ja punainen}) + P(\text{rasia B ja punainen})$$

$$= P(\text{rasia A}) \cdot P(\text{rasian A punainen}) + P(\text{rasia B}) \cdot P(\text{rasian B punainen})$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8} + \frac{1}{3} \cdot \frac{6}{8}$$

$$\approx 0,458$$

**Vastaus**

0,458

## 12.20

Tapahtuma ”mestaruus ratkeaa neljässä ottelussa” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”HPS voittaa neljä ensimmäistä ottelua” tai ”PPS voittaa neljä ensimmäistä ottelua”.

HPS voittaa todennäköisyydellä 0,60, joten PPS voittaa todennäköisyydellä 0,40.

$P(\text{ratkeaa neljässä ottelussa})$

$= P(\text{HPS voittaa neljä ensimmäistä}) + P(\text{PPS voittaa neljä ensimmäistä})$

$= 0,60 \cdot 0,60 \cdot 0,60 \cdot 0,60 + 0,40 \cdot 0,40 \cdot 0,40 \cdot 0,40$

$= 0,60^4 + 0,40^4$

$\approx 0,16$

**Vastaus**

0,16

## 12.21

- a) Havainnollistetaan heittotuloksia taulukon avulla. Lasketaan taulukkoon silmälukujen summat.

	6	7	8	9	10	11	12
	5	6	7	8	9	10	11
Ensimmäisen nopan tulos	4	5	6	7	8	9	10
	3	4	5	6	7	8	9
	2	3	4	5	6	7	8
	1	2	3	4	5	6	7
		1	2	3	4	5	6
		Toisen nopan tulos					

Taulukkoon on merkitty ne heittotulokset, joilla saadaan heti silmälukujen summaksi 5. Näistä kaikki yhdistelmät ovat sellaisia, ettei heitossa tule paria.

Lisäksi pelaaja voi heittää ensiksi kaksi ykköstä, minkä todennäköisyys on  $\frac{1}{36}$ , ja uudella heitolla saada silmälukujen summaksi kolme, minkä todennäköisyys on  $\frac{2}{36}$ .

Tapahtuma ”päätyy Erottajalle” muodostuu kahdesta erillisestä tapahtumasta: ”1. heiton summa 5” tai ”1. heitolla ykköset ja 2. heiton summa 3”.

$P(\text{päätyy Erottajalle})$

$= P(1. \text{ heiton summa } 5) + P(1. \text{ heitolla ykköset ja } 2. \text{ heiton summa } 3)$

$$= \frac{4}{36} + \frac{1}{36} \cdot \frac{2}{36}$$

$$\approx 0,113$$

b) Käytetään jälleen taulukkoa apuna.

	6	7	8	9	10	11	12
	5	6	7	8	9	10	11
	4	5	6	7	8	9	10
Ensimmäisen nopan tulos	3	4	5	6	7	8	9
	2	3	4	5	6	7	8
	1	2	3	4	5	6	7
		1	2	3	4	5	6
		Toisen nopan tulos					

Taulukkoon on merkitty ne heittotulokset, joilla saadaan heti silmälukujen summaksi 6. Heittotulos 3 ja 3 ei käy, koska kyseessä on pari ja sen jälkeen pitäisi heittää vielä uudestaan.

Lisäksi pelaaja voi heittää ensiksi kaksi ykköstä, minkä todennäköisyys on  $\frac{1}{36}$ , j a uudella heitolla saada silmälukujen summaksi neljä, mutta ei paria, minkä todennäköisyys on  $\frac{2}{36}$ .

Ensimmäisellä heitolla ei voi heittää kahta kakkosta, sillä silloin toisella heitolla pitäisi heittää kaksi ykköstä, minkä jälkeen pitäisi heittää vielä uudestaan.

$P(\text{päätyy Erottajalle})$

$= P(1. \text{ heiton summa } 6) + P(1. \text{ heitolla ykköset ja } 2. \text{ heiton summa } 4)$

$$= \frac{4}{36} + \frac{1}{36} \cdot \frac{2}{36}$$

$$\approx 0,113$$

### Vastaus

a) 0,113

b) 0,113

## 12.22

- a) Tapahtuma ”saadaan täsmälleen kaksi koria” muodostuu kolmesta erillisestä tapahtumasta:

”saadaan kori ensimmäisellä ja toisella heitolla” = ”K K E”,

”saadaan kori ensimmäisellä ja kolmannella heitolla” = ”K E K”,

”saadaan kori toisella ja kolmannella heitolla” = ”E K K”.

Pelaaja heittää korin todennäköisyydellä 0,80, joten hän ei saa koria todennäköisyydellä 0,20.

$$\begin{aligned} &P(\text{saadaan täsmälleen kaksi koria}) \\ &= P(K K E \text{ tai } K E K \text{ tai } E K K) \\ &= P(K K E) + P(K E K) + P(E K K) \\ &= 0,80 \cdot 0,80 \cdot 0,20 + 0,80 \cdot 0,20 \cdot 0,80 + 0,20 \cdot 0,80 \cdot 0,80 \\ &\approx 0,38 \end{aligned}$$

- b) Tapahtuma ”saadaan vähintään kaksi koria” muodostuu neljästä erillisestä tapahtumasta:

”saadaan kori kaikilla heitoilla” = ”K K K”

”saadaan kori ensimmäisellä ja toisella heitolla” = ”K K E”,

”saadaan kori ensimmäisellä ja kolmannella heitolla” = ”K E K”,

”saadaan kori toisella ja kolmannella heitolla” = ”E K K”.

Pelaaja heittää korin todennäköisyydellä 0,80, joten hän ei saa koria todennäköisyydellä 0,20.

$P(\text{saadaan tasmalleen kaksi koria})$

$= P(K K K \text{ tai } K K E \text{ tai } K E K \text{ tai } E K K)$

$= P(K K K) + P(K K E) + P(K E K) + P(E K K)$

$= 0,80 \cdot 0,80 \cdot 0,80 + 0,80 \cdot 0,80 \cdot 0,20 + 0,80 \cdot 0,20 \cdot 0,80 + 0,20 \cdot 0,80 \cdot 0,80$

$\approx 0,90$

**Vastaus**

**a)** 0,38

**b)** 0,113

## 12.23

- a) Tapahtuma ”torjuu täsmälleen yhden potkun” muodostuu seitsemästä erillisestä tapahtumasta: ”torjuu vain ensimmäisen potkun”, ”torjuu vain toisen potkun”, ... , ”torjuu vain seitsemännen potkun”.

Maalivahti torjuu todennäköisyydellä  $\frac{1}{10}$ , joten hän ei torju todennäköisyydellä  $\frac{9}{10}$ .

Lasketaan ensin tapahtuman ”torjuu vain ensimmäisen potkun” todennäköisyys. Maalivahti torjuu yhden ja päästää kuusi maalia.

$$P(\text{torjuu vain ensimmäisen}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10}^6$$

Tämä sama todennäköisyys on myös kaikilla muilla erillisillä tapahtumilla.

$$P(\text{torjuu täsmälleen yhden potkun})$$

$$= \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10}^6 + \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10}^6 + \dots + \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10}^6$$

$$= 7 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10}^6$$

$$\approx 0,37$$



**b)** Tapahtuma ”torjuu enintään yhden potkun” muodostuu kahdeksasta erillisestä tapahtumasta: a-kohdassa listatuista tapahtumista ja tapahtumasta ”ei torju yhtäkään”.

Tapahtuman ”torjuu enintään yhden potkun” todennäköisyys saadaan laskettua, kun tapahtuman ”torjuu täsmälleen yhden potkun” todennäköisyyteen lisätään tapahtuman ”ei torju yhtään” todennäköisyys.

$$P(\text{ei torju yhtään}) = \frac{9}{10}^7$$

$$P(\text{torjuu enintään yhden potkun})$$

$$= 7 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{9}{10}^6 + \frac{9}{10}^7$$

$$\approx 0,85$$

**Vastaus**

**a)** 0,37

**b)** 0,85